

A Markowitz Portfólió Optimalizálás Modell Tesztelése Szűrt Kovariancia-mátrixokon

Gera Imre

II. évf., programtervező informatikus BSc

Témavezető: Bánhelyi Balázs, London András

SZTE TTIK Számítógépes Optimalizálás Tanszék

Napjainkban a tőkepiaci termékmenedzsment egyik legtöbbet kutatott témája a portfólió optimalizálás. A cél az adott tőke diverzifikálása a piacon elérhető részvények között úgy, hogy minél nagyobb várható nyereségre tegyünk szert a lehető legkisebb kockázat mellett. Ebben a dolgozatban az 1952-ben bemutatott Markowitz-féle modellt¹ vesszük alapul, amely egy adott, elvárt portfólió hozam mellett keresi a – korábbi hozamok szórásaiból számított – kockázat minimumát. Az így kapott kvadratikus optimalizálási modell fő szabadsági foka a várható hozamok becslése, legnagyobb problematikája pedig variancia-kovariancia mátrix kiszámítása (és stabilitása).

Az utóbbi időkben az érdeklődés középpontjába került a részvények korrelációmátrixának vizsgálata²³ (ami egyszerűen a célfüggvényben szereplő kovariancia mátrix normalizáltja). Számos kísérletet tettek arra, hogy ebben a korrelációs mátrixban meghatározzák és számszerűsítsék a statisztikai bizonytalanságot és kiszűrjék azt az információt, ami robusztus az ilyen típusú „zaj” ellen. Az így kapott szűrt korrelációs mátrixok használatát a kockázat csökkentére több korábbi tanulmány támasztja alá⁴⁵. A dolgozatomban két ilyen módszert is ismertetek majd.

A tanulmányomban a portfólió kiválasztás problémáját vizsgáltam a korrelációs mátrixon alkalmazott különböző szűrési procedúrák használatával. Mértem a különböző módszerek teljesítményét a várható, valamint realizált hozamok és kockázatok tükrében. Vizsgálataim során feltételeztem, hogy a befektetőnek nincs tudomása a jövőbeli hozamokról, szemben a szakirodalomban eddig bevett megközelítéssel. A klasszikus bootstrap szimulációs elemzéseim azt mutatják, hogy a becsült (optimalizált) kockázat és a realizált hozamok is javultak az eredeti modellhez képest.

¹ Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91

² Plerou, V., Gopikrishnan, P., Rosenow, B., Amaral, L. A. N., & Stanley, H. E. (1999). Universal and nonuniversal properties of cross correlations in financial time series. *Physical Review Letters*, 83(7), 1471.

³ Rosenow, B., Plerou, V., Gopikrishnan, P., & Stanley, H. E. (2002). Portfolio optimization and the random magnet problem. *Europhysics Letters*, 59(4), 500.

⁴ Laloux, L., Cizeau, P., Potters, M., & Bouchaud, J. P. (2000). Random matrix theory and financial correlations. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3(03), 391-397.

⁵ Tola, V., Lillo, F., Gallegati, M., & Mantegna, R. N. (2008). Cluster analysis for portfolio optimization. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(1), 235-258.